# Planimetrie

1. V obdélníku  platí  Na straně je zvolen bod a na straně  je zvolen bod tak, že  Vypočtěte délku úsečky . 

2. Dokažte, že v každém čtyřúhelníku jsou středy jeho stran vrcholy rovnoběžníku.

[využít vlastností středních příček trojúhelníku ]

3. Je dán ostroúhlý . Nad jeho stranami AC a AB jsou sestrojeny vně trojúhelníku ABC rovnostranné trojúhelníky ACM a ANB. Dokažte, že platí :  [využít to, že ∆ ANC je shodný s ∆ ABM ]

4. Vyslovte věty o shodnosti trojúhelníků.

[sss,sus,usu,Ssu ]

5. Je dán rovnoramenný trojúhelník ABC. Bod O je středem základny AB. Bodem O jsou vedeny kolmice k ramenům AC a BC trojúhelníku ABC, jejich paty jsou body P a Q. Dokažte, že trojúhelník AOP je shodný s trojúhelníkem BOQ.

[usu]

6. Vyslovte definici podobnosti trojúhelníků a věty o podobnosti trojúhelníků.

[def.: je podobný , právě když existuje kladné číslo k tak, že pro jejich strany platí: c´=k.c; b´=k.b; a´=k.a věty: uu: dva trojúhelníky, které se shodují ve dvou úhlech jsou podobné; sus: dva trojúhelníky, které se shodují v poměru délek dvou stran a úhlu jimi sevřeném jsou podobné.]

7. Rozhodněte o podobnosti trojúhelníků EFG a KLM, jestliže      

[ano,sus **7**/ 24m **]**

8. Svislá metrová tyč vrhá stín 150cm dlouhý. Vypočtěte výšku sloupu, jehož stín je ve stejném okamžiku dlouhý 36m.

9. Určete měřítko mapy, je-li les tvaru trojúhelníku o rozměrech 1,6km, 2,4km a 2,7km na mapě zakreslen jako trojúhelník o stranách 32mm, 48mm a 54mm.

[ 1:50000]

10. Dokažte, že v podobných trojúhelnících jsou odpovídající si těžnice ve stejném poměru jako délky

odpovídajících si stran.

[sus]

11. Určete počet úhlopříček v n-úhelníku pro a) n=5 b) n=12

[a) 5 b) 54/využít vztah počet úhlopříček v n-úhelníku je ]

12. Který konvexní n-úhelník má dvakrát víc úhlopříček než stran? [ n=7 ]

13. V lichoběžníku ABCD (AB II CD) je velikost úhlu u vrcholu A roven 57°. Velikost úhlu u vrcholu

C je čtyřikrát větší než úhel u vrcholu B. Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů lichoběžníku.

[57°;36°;144°;123°]

14. Určete poloměry  dvou soustředných kružnic, jestliže jsou v poměru 5:9 a šířka mezikruží je 12cm. [15cm; 27cm ]

15. Vypočtěte velikost vnitřních úhlů v trojúhelníku, který dostanete, spojíte-li na ciferníku hodinek body vyznačující 1; 5 a 8 hod. [45°;75°;60° ]

16. Ve čtyřúhelníku ABCD, jehož vrcholy leží na dané kružnici, je  Vypočtěte velikosti zbývajících vnitřních úhlů.

[ 122°;46°]

17. Na vrcholu kopce stojí rozhledna 35m vysoká. Patu i vrchol vidíme z určitého místa v údolí pod výškovými úhly o velikosti . Jak vysoko je vrchol kopce nad rovinou pozorovacího místa? [269m]

18. V jakém zorném úhlu se jeví předmět 70m dlouhý pozorovateli, který je od jeho jednoho konce vzdálen 50m a od druhého konce 80m. [ 60° ]

19. Kruhový reflektor vrhá světelný kužel s vrcholovým úhlem o velikosti 36° a je zavěšen ve výšce 25m na stožáru tak, že osa světelného kužele svírá s osou stožáru úhel o velikosti 42°. Jakou největší délku osvětlí reflektor na vodorovné rovině? [32,17m]

20. Vypočtěte výšku stožáru, jehož patu vidíme v hloubkovém úhlu o velikosti 11°23´ a vrchol ve výškovém úhlu o velikosti 28°57´. Stožár je pozorován z jednoho místa 10m nad úrovní paty stožáru. [37,5m]

21. Na kruhovém hodinovém ciferníku o poloměru 10cm spojíme krajní body ciferníku, vyznačující časy 3; 8 a 12 hodin. Jaká je plocha takto vzniklého trojúhelníku? [118,3cm2 **]**

# Obvody a obsahy rovinných obrazců

1. Obsahy  dvou čtverců jsou v poměru 16:25. V jakém poměru jsou jejich obvody? [4:5]

2. Obdélník *ABCD* má úhlopříčku délky 6 cm a odchylku úhlopříček 60°. Vypočtěte obsah obdélníku. 

3. Určete délku stran obdélníku, je-li jeho obvod 38cm a obsah 84cm2.

[ 7cm; 12cm]

4. Určete délku stran obdélníku, je-li jeho obvod 38cm a obsah 84cm2. 

5. Podlaha má tvar obdélníku o délce 4,82m a šířce 3,56m. Do místnosti vedou dvoje dveře, každé o šířce 90cm. Podél stěn s vyjímkou dveří se položí obvodová podlažní lišta. Vypočtěte délku lišty a obsah podlahy. [14,96m; 17,16 m2]

6. Pozemek tvaru obdélníku o rozměrech 11,5m a 9m chceme oplotit. Kolik metrů pletiva budeme potřebovat, počítáme-li 6,5m na bránu (vjezd)? [Připočtěte 7% na ztráty.]

7. Na jeden čtverečný metr střechy je potřeba 26 ražených tašek.

a) Kolik tašek bude potřeba na střechu tvořenou dvěma stejnými obdélníky o rozměrech 8m a 3m?

b) Kolik tašek bude potřeba na střechu tvořenou čtyřmi shodnými rovnoramennými trojúhelníky o základně délky 4m a výšce 2,7m? (odpad zanedbejte)

c) Kolik tašek se musí koupit v případě b), počítá-li se s 13% odpadu? [1248 tašek; 562 tašek; 636 tašek]

8. Vypočítejte obsah obdélníku, je-li jeho obvod 24 a jedna jeho strana má velikost 7,2. [34,56]

9. Zahrada má tvar obdélníku a má obvod 130m a obsah 800,25m2. Vypočítejte rozměry zahrady. [48,5m; 16,5m]

10. Pozemek ve tvaru obdélníku má obsah 600m2 a jedna jeho strana je dlouhá 30m. Kolik sloupků potřebujeme k ohrazení pozemku, má-li být vzdálenost mezi sloupky 2,5m? [40 sloupků]

11. Na osetí 1ha se spotřebuje 180kg osiva. Kolik se spotřebuje na osetí pole tvaru lichoběžníku o základnách 224m a 196m a výšce 126m. (1ha= 104m2). [476kg]

12. Výška a rovnoběžné strany lichoběžníku mají velikosti v poměru 2:3:5, obsah lichoběžníku je 512cm2. Určete velikost výšky a velikost rovnoběžných stran (základen).

13. V rovnoramenném lichoběžníku jsou základny dlouhé 20 cm a 30 cm. Ramena mají délky 15 cm. Vypočtěte vnitřní úhly a obsah lichoběžníku. 

14. Vypočítejte výšku *v* lichoběžníku ABCD, mají-li základny velikost a=28cm, c=21cm a je-li obsah S=1 764cm2. [72 cm]

15. Určete obsah lichoběžníku, mají-li jeho základny délky a=24cm, c=14cm a ramena b=12cm, d=9cm. [167,3cm2 ]

16. Kosočtverec je dán svým obsahem  a poměrem úhlopříček . Vypočtěte

jeho výšku, délku strany a úhlopříček.

17. Velikost výšky a velikosti rovnoběžných stran lichoběžníku jsou v poměru 2 : 3 :5. Jeho obsah je

512 cm.Vypočtěte velikost výšky a délky obou základen. [ v = 16 cm; a=40 cm; c=24 cm]

18. Vypočtěte délky stran pravoúhlého trojúhelníku ABC s pravým úhlem ve vrcholu C, je-li dáno:

. [ a=11,7cm; b=5,46cm;c=12,9cm ]

19. Délka odvěsny pravoúhlého trojúhelníku ABC je rovna 75% délky druhé odvěsny. Určete obvod tohoto trojúhelníku, je-li jeho obsah  [ 6 cm, 8 cm, 10 cm; o=24 cm.]

20. Rozhodněte, zda trojúhelník, jehož strany mají délky 5cm, 12cm, 13cm je pravoúhlý. [ano]

21. Vypočtěte obsah trojúhelníku, vnitřní úhly a výšky troj.ABC, jeli dáno: a=20; b=65; c=75. [S=600; 14°15´; 53°08´;112°37´;….]

22. Vypočtěte obsah trojúhelníku ABC, je-li a=18; b= 24; γ = 590. [185,15]

23. Poloměr kružnice vepsané pravidelnému desetiúhelníku je 10 cm. Vypočtěte délku jeho strany.



24. Poloměr kružnice vepsané pravidelnému desetiúhelníku je 10 cm. Vypočtěte obsah desetiúhelníku.



25. Poloměr kružnice vepsané pravidelnému desetiúhelníku je 10 cm. Vypočtěte poloměr kružnice opsané. 

26. Poloměr kružnice vepsané pravidelnému desetiúhelníku je 10 cm. Vypočtěte obvod desetiúhelníku.



27. Vypočtěte obvod pravidelného sedmiúhelníku, je-li dána délka jeho nejkratší úhlopříčky u=14,5cm. [56,3cm]

28. Vypočtěte délku strany a, obvod a obsah pravidelného pětiúhelníku, který je vepsán do kružnice

o poloměru r = 6 cm. [ a = 7,05 cm ]

29. Na kruhovém hodinovém ciferníku o poloměru 10cm spojíme krajní body ciferníku, vyznačující časy 3; 8 a 12 hodin. Jaká je plocha takto vzniklého trojúhelníku? 

30. Jakou vodní plochu má hladina kruhového rybníku o průměru 68m? [3631,68]

31. Vypočítejte obsah mezikruží, je-li r1=8cm; r2= 5cm.

32. Vypočtěte obsah, (obvod a poloměr kružnice opsané i vepsané) pravidelného desetiúhelníku o straně 11,6cm.

33. Vypočtete obsah a obvod obrazce:

[o= 106; S=372] [o=116; S=560]

34. Jakou dráhu urazí za 24 hodin konec sekundové ručičky, která je 5cm dlouhá? [452,389m]

35. Délky dvou soustředných kružnic jsou 26cm a 18cm. Určete obsah mezikruží vytvořeného těmito

kružnicemi. [ 28cm ]

36. Kruhová výseč má obvod 17cm a obsah 17,5cm2. Určete její poloměr a příslušný středový úhel.

[´ **]**

37. Vypočtěte délku tětivy v kružnici o , víte-li, že tětiva dělí průměr k ní kolmý v poměru 2:3. [19,6cm]

38. Tětiva kružnice má od středu kružnice vzdálenost 8 cm a je o 2 cm větší než poloměr kružnice. Určete poloměr kružnice. [r = 10 cm]

39. Je dán čtverec ABCD s délkou strany a = 100 mm. Vypočtěte poloměr r kružnice, která prochází

vrcholy čtverce B, C a středem S strany AD. [ r = 62,5mm ]

# Pravoúhlý trojúhelník

1. Jaký je sklon žebříku délky 8,9m, který je svým horním okrajem opřen o okraj zdi vysoké 8,4m? [700 40´]
2. Žebřík 8,5m dlouhý je umístěný ve studni a svým dolním koncem vzdálen 0,9m od stěny studně. Horní část žebříku je opřena o stěnu studně. Jak velký úhel svírá žebřík se dnem studně?

[83055´]

1. Štít střechy tvaru rovnoramenného trojúhelníku má šířku 12,8m. Sklon střechy je 380. Vypočtěte výšku *v* štítu. [5m]
2. Vypočtěte počet schodů z jednoho patra do druhého, je-li třeba překonat výšku 3,27m se sklonem 250 a jednotlivé schody jsou široké 0,27m. [26 schodů]
3. Průměrný úhel stoupání letadla je 11020´a jeho průměrná rychlost je 450 km/hod. Jak vysoko letadlo vystoupí za 5,5 min? [8,106 km]
4. Paty dvou sousedních telegrafních tyčí mají výškový rozdíl 10,5m. Jak dlouhé vodiče spojují oba sloupy, je-li sklon svahu 39030´? [16,5m]
5. Vodorovná vzdálenost mezi stromky, které se vysazují ve stráni se sklonem 19022´, je 5m. V jaké vzdálenosti vykopete jámy, když vzdálenosti měříte na tomto svahu? [5,3m]
6. Jak vysoká je budova, která na vodorovnou dlažbu stín dlouhý 50,5m pod úhlem 54021´? [70,4m]
7. Jak dlouhé úhlopříčky má obdélník ABCD, jehož strany mají délky |AB|= 2,5dm; |BC|= 14cm. [28,65cm]
8. Určete výšku rovnoramenného trojúhelníku ABC, je-li délka jeho základny 4,6cm a délka jeho ramene 9,7cm. Vypočtěte i jeho obsah a velikost úhlu ležícího při základně. [v=9,4; S= 21,62; 75°42´]
9. Důlní chodba má délku 25 m, výškový rozdíl mezi oběma jejími konci je 5,3 m. Vypočtěte její sklon. [12°14´]
10. Měřící přístroj teodolit umístěný na břehu řeky ve výšce 50 metrů nad hladinou zaměřil dalekohled na okraj protějšího břehu řeky a byla změřena odchylka od svislého směru 64°26´. Jak široká je řeka v měřeném místě? [104,5m]
11. Dalekohled měřícího přístroje je 1,7m nad vodorovnou rovinou a je vzdálen 185m od paty komína. Vypočtěte výšku komína, je-li změřen výškový úhel 29°22´. [105,8m]
12. Z pozorovací věže ve výšce 105m nad hladinou moře je zaměřena loď v hloubkovém úhlu 1°49´. Jak daleko je loď od věže? [3 310,5m]
13. Z pozorovací místa vidíme patu věže v hloubkovém úhlu 0°35´a vrchol věže ve výškovém úhlu 0°52´. Horizontální rovina prochází patou věže a pozorovatelna je ve výšce 20m nad touto rovinou. jek vysoká je věž? [49,7m]
14. Dvě pozorovací místa a pata komína leží v jedné horizontální rovině a navíc spojnice pozorovacích míst prochází patou komína. Vrchol komína je 105m nad vodorovnou rovinou a je pozorován z obou míst ve výškových úhlech 46°25´a 26°33´. Určete vzdálenost obou pozorovatelen. [310,07m]
15. Dalekohled teodolitu je 1,6m nad horizontální rovinou, kde jsou paty stožárů. Pozorovací místo leží mezi stejně vysokými stožáry ve vzdálenosti 25m od prvního. Vrchol prvního stožáru vidíme ve výškovém úhlu 54°28´a vrchol druhého ve výškovém úhlu 28°18´. Jaká je vzdálenost obou stožárů? [90m]
16. Na hmotný bod působí dvě k sobě kolmé síly o velikostech F1= 74,5N, F2= 43,6N. Vypočtěte velikost výslednice F a úhly, které svírají síly Fa F1, Fa F2. [86,32N; 30°20´; 59°40´]
17. Sílu o velikosti F=100N rozložte na dvě kolmé složky F1, F2 tak, aby úhel mezi silami F a F1 byl 43°52´. [69,3N, 72,09N]

# Sinová a kosinová věta

1. Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC, jeli dáno:
   1. a=37 cm; α = 44° 10´; β = 33° 16´; [ 102°34´;51,83; 29,13]
   2. b = 44 cm ; γ = 100° 10´; β = 71°11´; [8°39´; 6,99; 45,75]
   3. b = 38 cm; α = 14° 14´; γ = 74° 15´; [ 91°31´; 9,35; 36,59]
   4. c = 48,5 cm; α = 72° 28´; γ = 55° 49´; [ 51°43´; 55,9; 46,02]
   5. c = 154 cm; α = 5° 10´; β = 10° 14´; [164°36´; 52,22; 103,03]
   6. a= 13,8 cm; b = 14,4 cm; β = 72°10´; [65°49´; 42°01´; 10,13]
   7. b= 5,4 cm; c = 6,8 cm; β = 24°11´; [31°03´;124°46´;10,8;nebo148°157´; 6°52´;1,58]
   8. a = 77,5 cm; b = 44,6 cm; α = 100°25´; [34°28´;45°07´;55,]
   9. a= 65 cm; b = 46 cm; α = 42°35´; [90,9; 28°37´;108°48´]
   10. b = 13,4 cm; c = 16,3 cm; γ = 70°12´ [14,9; 59°08´;50;40´]
   11. a = 5,2 dm; c = 8,8 dm; γ = 52°08´; [11;27°48´; 100°04´]
   12. a = 40m; α = 26° 38´; β = 89° 40´; [63°42´;89,2;80,0]
   13. b = 225mm; α = 107° 35´; β = 30° 40´; [41°45´;420,5;293,7]
   14. b = 79,5cm; β = 65°20´; γ = 54°40´; [60°;75,8;71,4]
   15. c = 210 mm; α = 62° 32´; β = 48° 56´; [68°32´;200,2;170,1]
   16. a = 165; β = 40°50´; γ = 69°20´; [69°50´;114,9;164,5]
   17. b = 722; γ = 108°40´; α = 49°25´; [21°55´;1469;1833]
   18. c = 3,54; α = 35°50´; γ = 52°45´ ; [91°25´;2,6;4,45]
2. Určete velikost úhlů v trojúhelníku ABC a velikost stran, je –li dáno:
   1. a = 9,4 cm; b = 10,7 cm; c = 13,3 cm; [82°35´;44°30´;52°55´]
   2. a = 38 cm; b = 44 cm; c = 14 cm; [106°09´;56°03´;17°48´]
   3. a = 32,5 m; b = 33,6 m; c = 34,7 m; [56°48´;59°54´;63°18´]
   4. a = 15,3 cm; b = 17,9 cm; γ = 101°19´; [25,7;35°40´;43°01´]
   5. a = 38 m; c = 44 m; β = 90°40´; [58,47;40°32´;48°48´]
   6. b = 33,7 mm; c = 44,8 mm; α = 33°33´; [25,03;48°06´;98°21´]
   7. a = 7; b = 4; γ = 38° [4,6; 109°23´;32°37´]
   8. b = 32; c= 40; α = 100°21´ [55,5;34°32´;45°07´]
   9. a = 10,9; c = 15,2; β = 67° [14,8;42°31´;70°29´]
   10. b = 51,32; c = 34,76; α = 89°57´ [61,96;55°55´;34°08´]
   11. a = 16; b = 25; c = 36; [22°20´;36°25´;121°15´]
   12. a = 4,2; b = 3,8; c = 5,5; [49°40´;43°37´;86°43´]
   13. a = 5; b = 6; c = 7; [44°25´;57°07´;78°28´]

# Slovní úlohy na sinovou i kosinovou větu

1. V jakém zorném úhlu se jeví předmět 70m dlouhý pozorovateli, který je od jednoho jeho konce vzdálen 50m a od druhého konce 80m? [60°]
2. Určete velikost zorného úhlu, pod nímž vidí pozorovatel předmět 12m dlouhý, je-li od jednoho konce vzdálen 15m a od druhého 24m? [24°9´]
3. Dvě obce A a B jsou odděleny lesem; obě viditelné z obce C, která je s oběma spojena přímými cestami. Jak dlouhá je projektovaná cesta z A do B, je-li ⏐AC⏐ = 2 003m; ⏐BC⏐ = 1 593m a ⏐∢ ABC⏐ = 63°23´? [2 122,2m]
4. Cíl C je pozorován ze dvou dělostřeleckých pozorovatelen A,B, které jsou od sebe vzdáleny 975m, přitom ⏐∢ BAC⏐ = 63°; ⏐∢ ABC⏐ = 48°. Vypočítejte ⏐ AC⏐. [776m]
5. Dvě důlní štoly vychází ze stejného místa P v šachtě a svírají úhel o velikosti 51°45´. Délky štol jsou: ⏐ PQ⏐ = 479m; ⏐ PR⏐ = 796m. Vypočítejte délku spojovací štoly ⏐ QR⏐. [625m]
6. Dvě přímé železniční trati se sbíhají ve stanici pod úhlem o velikosti 64°20´. Z této stanice vyjely současně dva vlaky, každý po jiné trati. Jeden jel rychlostí 11 m .s-1 a druhý rychlostí 15 m.s-1. Jak daleko byly od sebe za jednu hodinu a 16 minut? [64,98 km]
7. Jsou dány velikosti sil P=84,5N a Q= 47,8N. Síly P a Q svírají úhel o velikosti 56°40´. Jak veliká je jejich výslednice R a jaké úhly svírá síla R se silami P a Q ? [117,75N; 36°50´;19°50´]
8. Sílu o velikosti F = 2 217,6 N je třeba rozložit na dvě složky, které s ní svírají úhly o velikostech α = 46°32´a β = 54°12´. Vypočítejte velikosti složek F1 a F2. [1830,6N; 1 638,1N]
9. Síly o velikostech F1 = 42N a F2 = 35N působí ve společném bodě a svírají úhel o velikosti 77°12´. Jak veliká je výsledná síla F? [60,32N ]
10. Sílu o velikosti F = 300N rozložte na složky F1 , F2 . První složka svírá se silou F úhel o velikosti 47°14´a druhá úhel o velikosti 18°53´. Určete velikosti sil F1 , F2 . [106,2N; 240,9N]
11. Po přímé cestě jede vojenská kolona. Radiolokátorem ležícím v místě A mimo cestu bylo zjištěno, že vzdálenost místa A od čela kolony C je 14 350m, vzdálenost místa A od konce kolony Z je 13 840m a velikost úhlu CAZ je 13°32´. Vypočítejte délku kolony. [3360m]