

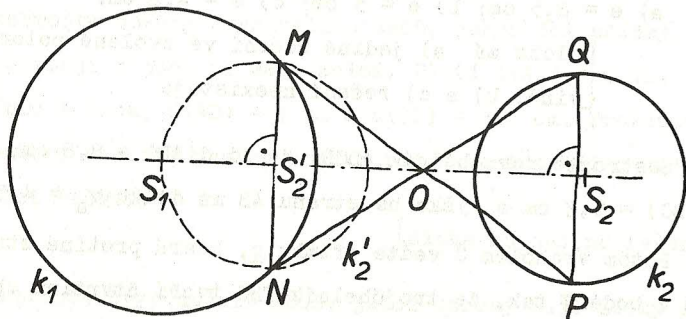
XIII. GEOMETRICKÁ ZOBRAZENÍ

PŘÍKLAD 79

Jsou dány kružnice $k_1(S_1; r_1 = 3 \text{ cm})$ a $k_2(S_2; r_2 = 2 \text{ cm})$ se střednou S_1S_2 délky 8 cm. Pro bod $O \in S_1S_2$ platí $d(S_1O) = 5 \text{ cm}$, $d(S_2O) = 3 \text{ cm}$. Sestrojte dva rovnoramenné shodné trojúhelníky PQO a MNO takové, že body M, N leží na kružnici k_1 a P, Q na kružnici k_2 . Proveďte rozbor, запиšte postup konstrukce, proveďte ji a určete počet řešení.

Řešení

Rozbor

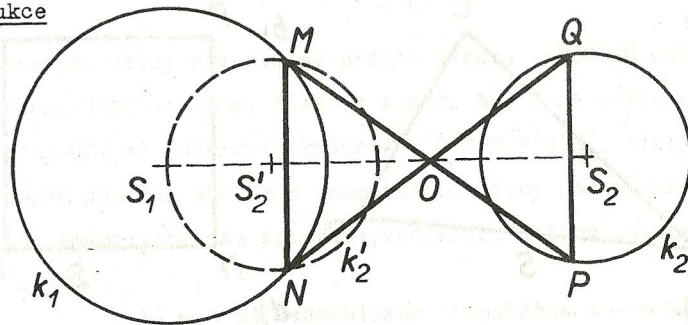


Na obrázku je znázorněno předpokládané řešení, tj. dvojice shodných rovnoramenných trojúhelníků MNO a PQO . Protože hlavní vrchol O leží na středně S_1S_2 a vrcholy základny leží na kružnici k_1 , popř. k_2 , musí být oba trojúhelníky podle přímky S_1S_2 souměrné a jejich základny k ní kolmé; jsou tedy i podle středu O souměrně sdružené. Množinou možných bodů M, N je kružnice k_1 . Množinou možných bodů P, Q je kružnice k_2 , kterou středovou souměrností se středem O převedeme na množinu možných bodů M, N , tj. v kružnici k'_2 (body M a P a dále N a Q jsou souměrně sdružené podle středu O). Hledané body M, N jsou pak prvky průniku kružnic $k_1 \cap k'_2$.

Postup konstrukce

- (1) $k_1, k_2; k_1(S_1; r_1 = 3 \text{ cm}), k_2(S_2; r_2 = 2 \text{ cm}), d(S_1S_2) = 8 \text{ cm}$
- (2) $O; d(S_1O) = 5 \text{ cm}, d(S_2O) = 3 \text{ cm}$
- (3) $k'_2; \mathcal{Y}(O): k_2 \rightarrow k'_2$
- (4) $M, N; M \in k_1 \cap k'_2, N \in k_1 \cap k'_2$
- (5) $P, Q; \mathcal{Y}(O): M \rightarrow P, N \rightarrow Q$
- (6) $\triangle MNO, \triangle PQO$

Konstrukce



Kružnice k_1 a k'_2 mají dva různé společné body M, N , neboť platí $r_1 + r_2 > S_1S'_2$ (je totiž $3 \text{ cm} + 2 \text{ cm} > 2 \text{ cm}$) a $r_1 - r_2$ je menší než $S_1S'_2$ (tj. $3 \text{ cm} - 2 \text{ cm} < 2 \text{ cm}$). Body M, N vedou k jednému řešení úlohy, které tvoří trojúhelník MNO a k němu podle středu O souměrně sdružený trojúhelník PQO .

Úlohy

- 885 Uveďte základní vlastnosti středové souměrnosti: a) Co platí, je-li bod X vzorem a bod X' jeho obrazem v souměrnosti se středem S ? b) Který bod je v tomto zobrazení samodružný? c) Jaká je vzájemná poloha přímky p a jejího obrazu p' ? d) Popište vzájemnou polohu polopřímek ohrani-

