

XI. GEOMETRICKÉ ÚLOHY ŘEŠENÉ VÝPOČTEM

Ú l o h y

696 Strana čtverce měří 6 cm. Vypočtete, o kolik procent je úhlopříčka tohoto čtverce větší než jeho strana.

[41,5 %]

697 Vypočtete, o kolik procent je strana čtverce menší než jeho úhlopříčka. Strana čtverce měří 8 cm.

[± 29,3 %]

698 Fotografie o rozměrech 6 cm a 12 cm byla nalepena na kartón s rozměry 12 cm a 15 cm. Kolik procent kartónu fotografie zaujímá?

[40 %]

699 V obdélníku ABCD je vzdálenost jeho středu od přímky AB o 3 cm větší než od přímky BC. Obvod obdélníku je 52 cm. Určete rozměry obdélníku.

[10 cm; 16 cm]

700 Obdélníková zahrada byla 75 m dlouhá a 30 m široká. Byla zvětšena tak, že každý její rozměr vzrostl o 20 %. O kolik čtverečných metrů se zvětšila výměra zahrady? O kolik procent se zvětšila výměra?

[o 990 m²; o 44 %]

701 Dva obdélníky mají týž obsah 26,6 cm². Jeden má délku 7,6 cm, druhý 13,3 cm. O kolik centimetrů se liší jejich obvody?

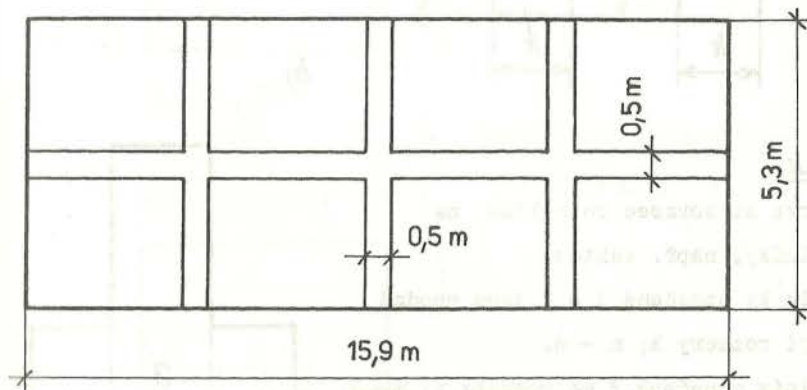
[o 8,4 cm]

702 Sál obdélníkového půdorysu měl jeden rozměr o 20 m delší než druhý. Po přestavbě se délka zmenšila o 5 m a zároveň se šířka zvětšila o 10 m. Obsah podlahy se tak zvětšil o 300 m². Jaké byly původní rozměry sálu?

[30 m; 50 m]

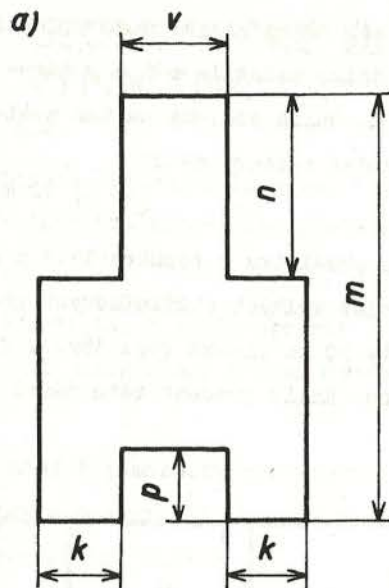
703 Část školního pozemku tvaru obdélníku s rozměry 15,9 m a 5,3 m je rozdělena na 8 stejně velkých obdélníkových záhonů. Mezi záhony jsou cesty 50 cm široké (viz obr.). Vypočtete obsah jednoho záhonu. Kolik procent této části pozemku zaujímají cesty?

[8,64 m²; ± 18 %]

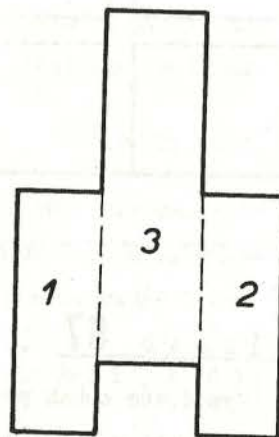


P Ř Í K L A D 67

Vypočtete obsah podložky podle obrázku na následující straně, je-li $k = 2,5$ cm, $n = 5,2$ cm, $m = 12$ cm, $p = 2,1$ cm, $v = 3,2$ cm.



b)



Řešení

Nejprve si obrazec rozdělíme na obdélníky, např. takto:

Obdélníky označené 1 a 2 jsou shodné a mají rozměry k ; $m - n$.

Obdélník označený 3 má rozměry v ; $m - p$.

Obsah obrazce tedy vypočteme dosazením do vzorce:

$$S = 2 \cdot k \cdot (m - n) + v \cdot (m - p)$$

Po dosazení dostaneme:

$$S = [2 \cdot 2,5 (12 - 5,2) + 3,2 \cdot (12 - 2,1)] \text{ cm}^2$$

$$S = (5 \cdot 6,8 + 3,2 \cdot 9,9) \text{ cm}^2$$

$$S = (34 + 31,68) \text{ cm}^2$$

$$S = 65,68 \text{ cm}^2$$

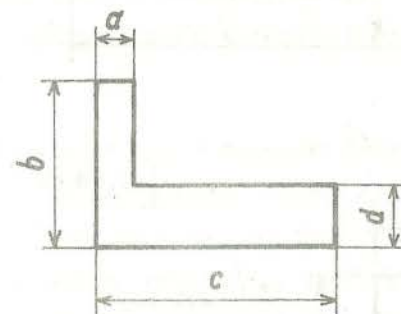
Odpověď

Obsah podložky je $65,7 \text{ cm}^2$.

Ú l o h y

704 Vypočtete obsah podložky podle obrázku:

a)

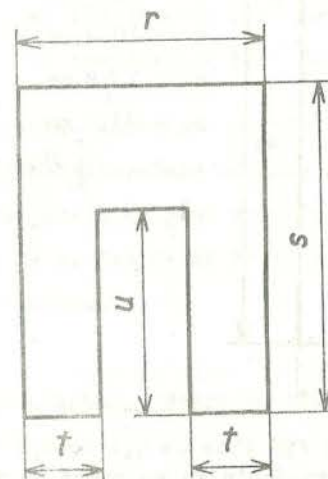


$$a = 7 \text{ mm}, b = 3,2 \text{ cm},$$

$$c = 4,6 \text{ cm}, d = 12 \text{ mm}$$

$$[6,92 \text{ cm}^2]$$

b)

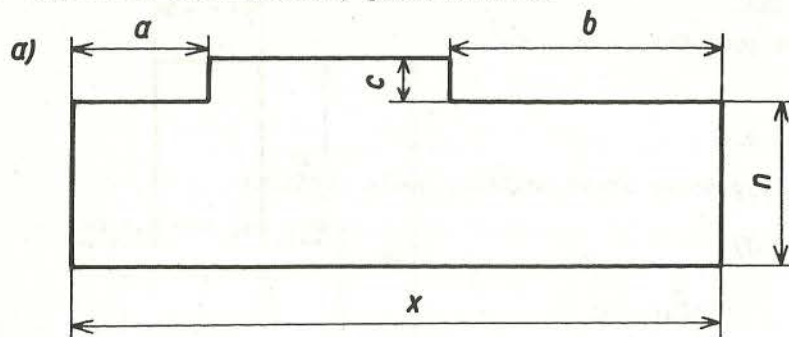


$$r = 4,3 \text{ cm}, s = 7,2 \text{ cm},$$

$$t = 1,5 \text{ cm}, u = 4,3 \text{ cm}$$

$$[26,82 \text{ cm}^2]$$

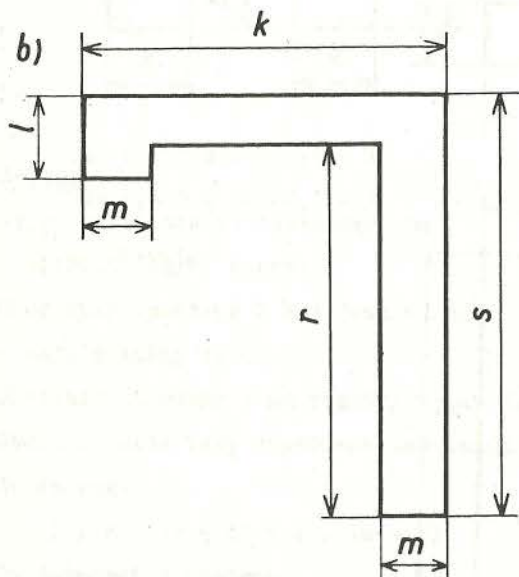
705 Vypočtete obsah podložky podle obrázku:



$$x = 12,5 \text{ cm}, a = 2,6 \text{ cm}$$

$$b = 5,3 \text{ cm}, n = 3,2 \text{ cm}, c = 0,8 \text{ cm}$$

$$[43,68 \text{ cm}^2]$$



$$l = 2,1 \text{ cm},$$

$$m = 1,8 \text{ cm},$$

$$k = 10,2 \text{ cm},$$

$$s = 12,8 \text{ cm},$$

$$r = 11,5 \text{ cm}$$

$$[35,4 \text{ cm}^2]$$

706 Jedna odvěsna pravouhlého trojúhelníku se rovná 75 % druhé odvěsny. Určete obvod tohoto trojúhelníku, je-li jeho obsah 24 cm^2 .

$$[24 \text{ cm}]$$

707 Pravoúhlý trojúhelník ABC má odvěsny $d(AC) = 8 \text{ cm}$, $d(BC) = 12 \text{ cm}$. Vypočtete vzdálenost bodu C od středu přepony.

$$[7,21 \text{ cm}]$$

708 Trojúhelník ABC je rovnostranný o straně délky 8 cm. Body D, E, F jsou postupně středy stran AB, BC, AC. Vypočtete obsah trojúhelníku DEF. V jakém poměru je obsah trojúhelníku ABC k obsahu trojúhelníku DEF?

$$[6,9 \text{ cm}^2 ; 4 : 1]$$

709 Načrtněte si rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou AB. Na prodloužené stranu AC za bod C vyznačte bod C' tak, aby $AC \cong CC'$. Doplňte na trojúhelník ABC' . Určete:

a) jaký je trojúhelník ABC' , a zdůvodněte,

b) jaký je trojúhelník BCC' , a zdůvodněte.

[a) trojúhelník ABC' je pravoúhlý, $\angle(ABC') = 90^\circ$;

b) trojúhelník BCC' je rovnoramenný, $BC \cong CC'$]

710 Pole osázené zeleninou má tvar pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníku. Jeho odvěsny mají délku 24 m. Ve vrcholech trojúhelníku jsou umístěny otáčecí postřikovače o dosahu 12 m. Jak velká část pole není těmito postřikovači zavlažována?

$$[61,92 \text{ m}^2]$$

711 Po obvodu záhonu, který má tvar rovnostranného trojúhelníku o straně 4,2 m, mají být vysázeny květiny. Sazenice se mají sázet do všech vrcholů a stejné vzdálenosti mezi sazenicemi mají být v celých decimetrech. Najděte všech možností a u každé určete, kolik sazenic bude třeba.

[po 1 dm 126 sazenic, po 2 dm 63 sazenic, po 3 dm 42 sazenic, po 6 dm 21 sazenic, po 7 dm 18 sazenic, po 14 dm 9 sazenic, po 21 dm 6 sazenic, po 42 dm 3 sazenice]

712 V trojúhelníku ABC platí: $d(AB) = 5$ cm, $d(BC) = 6$ cm, $v_b = 3$ cm. Vypočtete délku strany AC.

[9,2 cm]

713 Je dán trojúhelník ABC a body D, E, které jsou po řadě středy stran AC, BC. Úsečka DE rozdělí trojúhelník ABC na trojúhelník a lichoběžník. Vypočtete poměr jejich obsahů.

[1 : 3]

714 Vypočtete délky úhlopříček kosočtverce, je-li jejich poměr 1 : 2 a strana kosočtverce měří 35 cm.

[31,3 cm; 62,6 cm]

715 Vypočtete délky úhlopříček kosočtverce, je-li obsah kosočtverce 156 cm^2 a strana 13 cm.

[14,42 cm; 21,63 cm]

716 Vypočtete výměru parcely tvaru kosočtverce, je-li strana 25,6 m a vzdálenost rovnoběžných stran 22 m.

[563,2 m^2]

717 Je možné stříhat z pásu plechu širokého 2,2 cm kosočtvercové destičky o straně 2,4 cm a úhlopříčce 3,0 cm? Zdůvodněte.

[není; výška kosočtverce je 2,34 cm, což je větší než 2,2 cm]

718 Kosočtverec má délky úhlopříček 4,2 cm a 3,4 cm. Vypočtete

te: a) stranu kosočtverce, b) výšku kosočtverce.

[a) 2,7 cm; b) 2,6 cm]

719 V pravouhlém lichoběžníku měří základny 9 cm a 5 cm. Jeho kratší rameno měří 3 cm. Vypočtete délky úhlopříček a délku druhého ramena.

[5,83 cm; 9,49 cm; 5 cm]

720 Vypočtete délku úhlopříčky rovnoramenného lichoběžníku, má-li základny 9 cm a 5 cm a výšku 3 cm.

[7,62 cm]

721 Parcela má tvar pravouhlého lichoběžníku ABCD, kde $AB \parallel CD$, s pravým úhlem u vrcholu B. Strana AB měří 36 m. Strana AB je ke straně BC v poměru 12 : 7. Strana AB je ke straně CD v poměru 3 : 2. Vypočtete spotřebu pletiva na oplocení parcely. Pletivo se prodává v běžných metrech.

[105,19 m $\approx$ 106 m]

722 Sadem lichoběžníkového tvaru prochází cesta kolmo na rovnoběžné strany a je široká 80 cm. Délky základen jsou v poměru 5 : 3 a délka delší základny k délce cesty je v poměru 5 : 6. Kolik metrů čtverečných zabírá cesta, je-li výměra celého sadu 5 400 m^2 ?

[72 m^2]

723 Vypočtete poloměr kruhové desky, z které se dá vyříznout rovnostranný trojúhelník o straně 12 cm.

[6,92 cm]

724 Kotoučová pila má průměr 60 cm a na obvodu má 80 zubů. Vypočtete vzdálenost dvou sousedních zubů s přesností na milimetry.

[24 mm]

- 725 Zahrada má dva protější ploty rovnoběžné o délkách 52,6 m a 84 m. Vzdálenost plotů je 38 m. Vypočtete výměru zahrady a vyjádřete ji v hektarech. Výsledek zaokrouhlete na 2 desetinná místa.

[0,26 ha]

- 726 Obvod kruhu měří 18,84 cm. Vypočtete jeho obsah. Kolikrát je větší číselná hodnota obsahu než číselná hodnota obvodu?

[28,26 cm²; 1,5krát]

- 727 Obsah kruhu měří 78,5 dm². Vypočtete jeho průměr.

[10 dm]

- 728 Obsahy dvou kruhů jsou v poměru 4 : 9. Větší kruh má průměr 12 cm. Vypočtete poloměr menšího kruhu.

[4 cm]

- 729 Hnací kotouč pásové pily o průměru 36 cm vykoná za minutu 940 otáček. Jakou řeznou rychlostí se pila pohybuje? Vyjádřete v metrech za sekundu.

[17,7 $\frac{m}{s}$]

- 730 Kruhový záhon o průměru 8 m se má rozdělit pomocí soustředné kružnice na kruh a mezikruží se stejnou výměrou. Určete poloměr této kružnice.

[2,83 m]

- 731 Dva běžci trénují na kruhové dráze, která je dlouhá 375 m. Když startují ze stejného místa a běží opačným směrem, setkají se za 30 sekund. Když běží stejným směrem, je mezi nimi za 30 sekund vzdálenost 15 m. Jaká je průměrná rychlost běžců? Vyjádřete v metrech za sekundu.

[6 $\frac{m}{s}$; 6,5 $\frac{m}{s}$]

- 732 Dvě silnice spolu svírají pravý úhel. Na jedné silnici je 5 km od křižovatky místo P, na druhé silnici je 12 km od křižovatky místo V. Místa V a P jsou spojena přímou pěšinou. Chodec jde z V do P pěšinou průměrnou rychlostí 5 $\frac{km}{h}$, auto jede z V do P po silnici průměrnou rychlostí 60 $\frac{km}{h}$. O kolik hodin dorazí chodec do místa P později než auto, když vyrazili současně?

[$\approx$ 2 h 19 minut]

- 733 Je možné z obdélníkového plechu s rozměry 31,2 cm a 27,8 cm zhotovit trubku o průměru 1 dm? Zdůvodněte.

[není; i delší rozměr (31,2 cm) je menší než obvod kružnice o průměru 1 dm, neboť obvod je 31,4 cm]

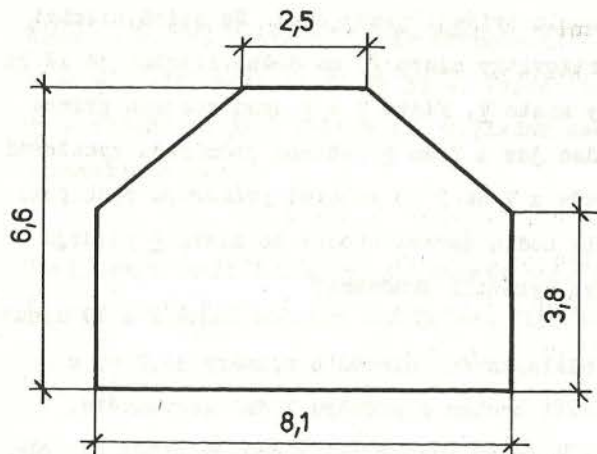
- 734 Z pásu plechu širokého 13 cm a dlouhého 72 cm se mají vysekat tabulky tvaru rovnoramenného trojúhelníku o výšce 6,3 cm a základně 8 cm. Kolik takových tabulek se může nejvýše vysekat?

[34]

- 735 Jaký musí být nejmenší průměr kruhu, aby se z něho dal vyříznout pravidelný šestiúhelník, který má vzdálenost rovnoběžných stran 12 cm?

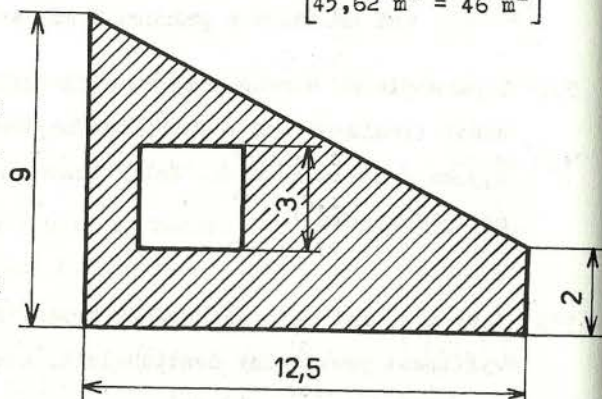
[$\approx$ 13,9 cm]

- 736 Vypočtete obsah čelní stěny domu, která má tvar uvedený na následujícím obrázku. Rozměry jsou v metrech.



$$[45,62 \text{ m}^2 \approx 46 \text{ m}^2]$$

- 737 Podložka tvaru podle obrázku má vyříznutý čtvercový otvor. Vypočtete obsah podložky, jsou-li údaje v centimetrech.



$$[59,75 \text{ cm}^2 \approx 60 \text{ cm}^2]$$

- 738 Stavební pozemek tvaru obdélníku o rozměrech 40 m a 60 m se má zčásti zastavět domem se základy tvaru čtverce o straně 18 m. Zbytek pozemku se má rozdělit tak, aby $\frac{1}{5}$ připadla na dvůr a zbytek na zahrádku. Vypočtete výměru zahrádky.

$$[1 \ 384 \text{ m}^2]$$

- 739 Z bodu na kružnici o průměru 8 cm jsou vedeny dvě shodné tětivy, které svírají úhel 60° . Vypočtete délku těchto tětiv.

$$[\approx 6,9 \text{ cm}]$$

- 740 Kolem bazénu s obdélníkovým dnem s rozměry 25 m a 12 m byl vytvořen pás ze čtvercových betonových dlaždic o straně 50 cm. Jedna dlaždice stála 12 Kčs. Jaké byly finanční náklady na zakoupení dlaždic?

$$[1 \ 824 \text{ Kčs}]$$

- 741 Obrázek čtvercového formátu je nalepen na kartónu s rozměry 12 cm a 8 cm a zaujímá 37,5 % plochy kartónu. Vypočtete rozměr obrázku.

$$[6 \text{ cm}]$$

- 742 Kruhový stůl o průměru 80 cm je pokryt čtvercovým ubrusem o straně 1,2 m. O co výše nad zemí jsou středy stran ubrusu než rohy ubrusu?

$$[o \ 24,9 \text{ cm}]$$

- 743 Čtverec ABCD o straně 10 cm má opsanou a vepsanou kružnici. Tyto kružnice tvoří hranice mezikruží. Vypočtete obsah tohoto mezikruží.

$$[78,5 \text{ cm}^2]$$

- 744 Bod A má od středu kružnice o poloměru $r = 5$ cm vzdálenost 13 cm. Vypočtete délku tětivy spojující dotykové body T_1, T_2 tečen vedených z bodu A.

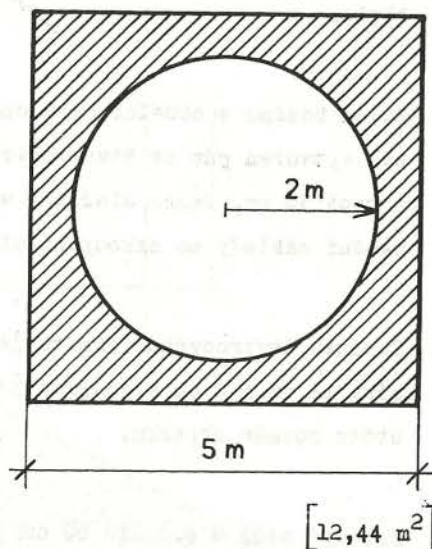
$$[\approx 9 \text{ cm}]$$

- 745 V tenké čtvercové desce s rozměrem 25 cm byly vyříznuty tři kruhové otvory o průměrech 2 cm, 4 cm, 20 cm. Vypo-

čtíte obsah desky po vyříznutí otvorů.

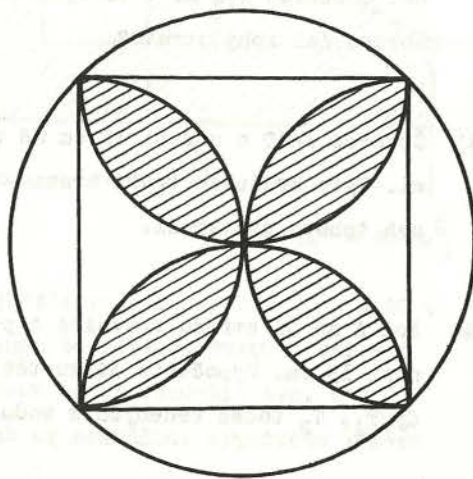
$$[295,3 \text{ cm}^2]$$

- 746 Poloměr kruhového záhonu je 2 m. Okolo něho je plocha vysypaná pískem (viz obr.), jejíž hranici tvoří strany čtverce o délce 5 m a obvod záhonu. Vypočítejte obsah plochy vysypané pískem.



$$[12,44 \text{ m}^2]$$

- 747 Nad stranami čtverce vepsaného do kružnice o poloměru 3 cm jsou opsány polokružnice, které procházejí středem čtverce (viz obr.). Vypočítejte plošný obsah obrazce ve tvaru čtyřlístku.



$$[\approx 10,3 \text{ cm}^2]$$

- 748 Pravidelný šestiúhelník a rovnostranný trojúhelník jsou vepsány do kruhu o poloměru 6 cm. Jaký je poměr obsahu trojúhelníku k obsahu šestiúhelníku?

$$[1 : 2]$$

- 749 Závody na zpracování dřeva mají dodat takovou kulatinu, aby se z ní daly získat hranoly se čtvercovým průřezem o straně 12 cm. Jaký průměr musí mít kulatina na tenčím konci?

$$[16,97 \text{ cm} \approx 17 \text{ cm}]$$

- 750 Vypočítejte a doplňte chybějící údaje. Postup řešení zaznamenejte.

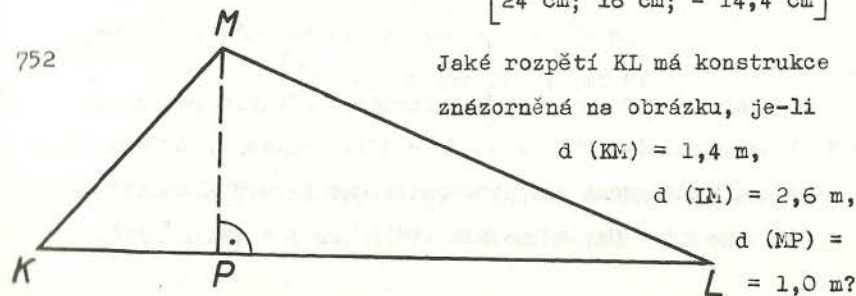
obrazec	strana	příslušná výška	obsah
a) kosočtverec	8,2 cm	5 cm	
b) rovnoběžník	2,5 dm		1,25 dm ²
c) trojúhelník		3 $\frac{1}{4}$ m	6,5 m ²
d) kosočtverec		2,6 dm	11,96 dm ²
e) trojúhelník	3,4 cm	2 cm	

$$[a) 41 \text{ cm}^2; b) 0,5 \text{ dm}; c) 4 \text{ m}; d) 4,6 \text{ dm}; e) 3,4 \text{ cm}^2]$$

- 751 Z bodu na kružnici jsou vedeny dvě na sebe kolmé tětivy vzdálené od středu kružnice 8 cm a 12 cm. Vypočítejte délky tětiv a poloměr kružnice.

$$[24 \text{ cm}; 16 \text{ cm}; \approx 14,4 \text{ cm}]$$

752



[$\approx 3,4 \text{ m}$]

- 753 Výška trojúhelníku RST příslušná ke straně RS má délku 5 cm a dělí stranu RS na dvě části o délkách 1 cm a 12 cm. Vypočtete obvod trojúhelníku RST.

[31,1 cm]

- 754 Vypočtete a doplňte chybějící údaje. Postup řešení zaznamenejte.

Lichoběžník	delší základna	kratší základna	výška	rameno	obvod	obsah
a) obecný	6 cm	4,2 cm	3 cm	-	-	
b) "	7 cm	3 cm		-	-	45 cm ²
c) "	5 cm		4 cm	-	-	26 cm ²
d) rovnoramenný	8 cm		4 cm	5 cm		
e) "	3,9 dm	0,7 dm	1,2 dm			
f) "	14 m	4 m	12 m			
g) pravoúhlý		5 cm	6 cm	10 cm		
h) "	2 mm	18 mm		20 mm		120 mm ²
i) "	44 cm	20 cm	32 cm			136 cm

[a) 15,3 cm²; b) 9 cm; c) 8 cm; d) 2 cm; 20 cm; 20 cm²; e) 2 dm; 2,76 dm²; f) 13 m; 44 m; 108 m²; g) 13 cm; 34 cm; 54 cm²; h) 12 mm; 52 mm; i) 40 cm; 1 024 cm²]

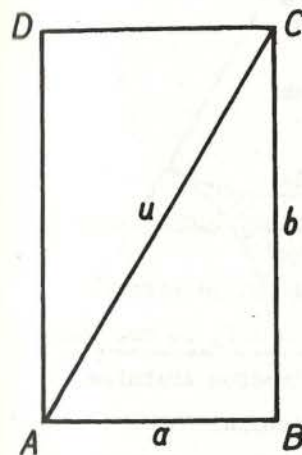
- 755 V trojúhelníku BCD je d(BD) = 5 cm, výška na stranu BC je 4 cm. Vzdálenost paty výšky od bodu C měří 2 cm. Vypočtete obsah trojúhelníku BCD.

[10 cm²]

PŘÍKLAD 68

Strany obdélníku jsou v poměru 3 : 5 a jeho obvod o = 48 cm. Vypočtete délku úhlopříčky.

Řešení



strana a 3 díly

strana b 5 dílů

celkem 8 dílů

$$a + b = \frac{o}{2} \dots a + b = 48 \text{ cm} : 2 = 24 \text{ cm}$$

8 dílů 24 cm

1 díl 24 cm : 8 = 3 cm

$$a = 3 \text{ cm} \cdot 3 = 9 \text{ cm}$$

$$b = 3 \text{ cm} \cdot 5 = 15 \text{ cm}$$

Úhlopříčku vypočteme pomocí Pythagorovy věty.

$$u^2 = a^2 + b^2$$

$$u^2 = 81 \text{ cm}^2 + 225 \text{ cm}^2$$

$$u^2 = 306 \text{ cm}^2$$

$$u = \sqrt{306 \text{ cm}^2} = 17,49 \text{ cm}$$

Odpověď

Délka úhlopříčky je asi 17,5 cm.

Ú l o h y

- 756 Rozhodněte, které z trojúhelníků jsou pravoúhlé. Zdůvodněte.

$$\text{a) } \triangle KIM: d(KL) = 12 \text{ cm}, d(IM) = 20 \text{ cm}, d(KM) = 16 \text{ cm}$$

$$\text{b) } \triangle RST: d(RS) = 6 \text{ cm}, d(ST) = 8 \text{ cm}, d(RT) = 12 \text{ cm}$$

c) $\triangle DEF$: $d(DE) = 12$ dm, $d(DF) = 15$ dm, $d(EF) = 5$ dm

d) $\triangle IJK$: $d(IJ) = 26$ m, $d(JK) = 10$ m, $d(IK) = 24$ m

[a); d)]

757 Jsou dány trojúhelníky:

$\triangle ABC$ o stranách 5 m, 12 m, 13 m

$\triangle EFG$ o stranách 7 dm, 9 dm, 12 dm

$\triangle KIM$ o stranách 7,5 cm, 18 cm, 19,5 cm

$\triangle UVZ$ o stranách $\frac{6}{5}$ m, $\frac{8}{5}$ m, 2 m

Rozhodněte, které z nich jsou převoúhlé.

[$\triangle ABC$, $\triangle KIM$, $\triangle UVZ$]

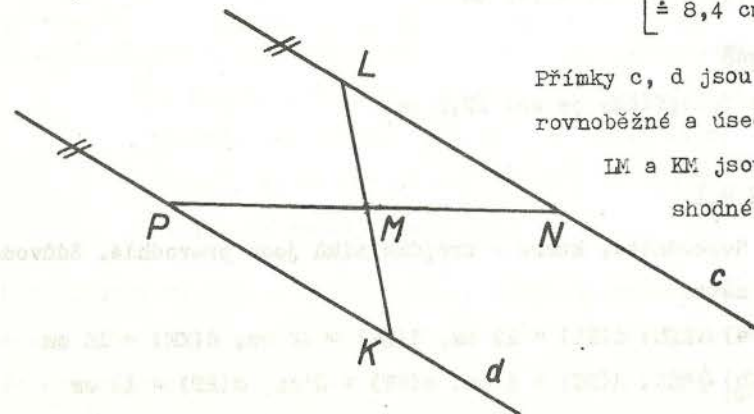
758 Delší základna rovnoramenného lichoběžníku je zároveň průměrem kružnice lichoběžníku opsané a měří 10 cm. Rameno lichoběžníku má délku shodnou s poloměrem kružnice opsané. Vypočtete obvod a obsah lichoběžníku.

[25 cm; $\pm 32,7$ cm²]

759 Rovnoramenný trojúhelník ABC má základnu $d(AB) = r = 3$ cm. Vypočtete obsah trojúhelníku ABC, je-li r poloměr kružnice opsané.

[$\pm 8,4$ cm²]

Přímky c, d jsou rovnoběžné a úsečky IM a KM jsou shodné.

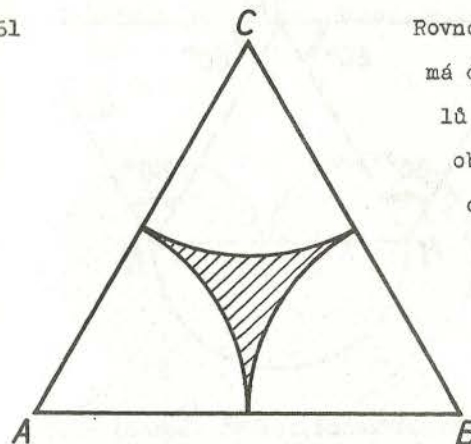


Rozhodněte, zda trojúhelníky na obrázku jsou shodné.

V kladném případě shodnost správně zapište a zdůvodněte.

[$\triangle PMK \cong \triangle NML$; usu]

761



Rovnostranný trojúhelník ABC

má $d(AB) = 8$ cm. Kolem vrcho-

lů A, B, C jsou sestrojeny

oblouky kružnic (viz obr.)

o poloměru $r = \frac{d(AB)}{2} = 4$ cm.

Vypočtete obvod a obsah

vyšrafované části

trojúhelníku.

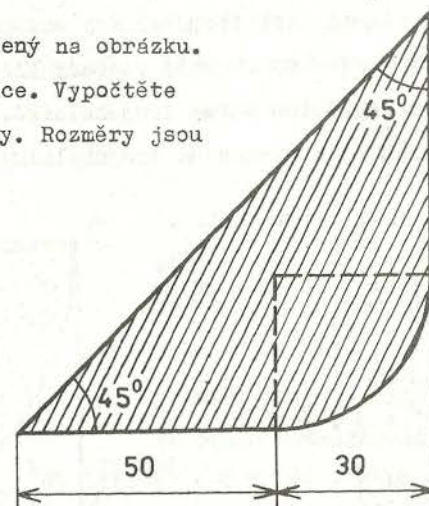
[$\pm 12,6$ cm;
 $\pm 2,6$ cm²]

762 Podložka má tvar uvedený na obrázku.

Oblouk je čtvrtkružnice. Vypočtete

obvod a obsah podložky. Rozměry jsou

udány v milimetrech.



[± 26 cm; $\pm 30,1$ cm²]