

## IX. NEROVNOSTI A NEROVNICE

### P Ř Í K L A D 51

Porovnejte zlomky  $\frac{4}{3}$  a  $\frac{9}{7}$ .

#### Řešení

Zlomky porovnááme a) užitím šipkového pravidla,

b) převodem na společného jmenovatele.

a)  $\frac{4}{3} \begin{array}{l} \swarrow \searrow \\ \nwarrow \swarrow \end{array} \frac{9}{7}$

$$4 \cdot 7 > 9 \cdot 3$$

$$\frac{4}{3} > \frac{9}{7}$$

b)  $\frac{4}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{7}{7} = \frac{28}{21}$        $\frac{9}{7} = \frac{9}{7} \cdot \frac{3}{3} = \frac{27}{21}$

$$\frac{28}{21} > \frac{27}{21}$$

$$\frac{4}{3} > \frac{9}{7}$$

#### Odpověď

Zlomek  $\frac{4}{3}$  je větší než zlomek  $\frac{9}{7}$ .

### P Ř Í K L A D 52

Porovnejte racionální čísla  $\frac{7}{8}$  a 0,87.

#### Řešení

Při porovnávání dvou čísel, z nichž jedno číslo je zlomek a druhé číslo je desetinné, vyjádříme daná čísla buď desetinnými čísly, nebo zlomky a ty pak porovnáme.

$$\frac{7}{8} = 7 : 8 = 0,875$$

$$0,87 < 0,875$$

Odpověď

Racionální číslo 0,87 je menší než racionální číslo  $\frac{7}{8}$ .

Ú l o h y

547 Porovnejte racionální čísla:

a)  $\frac{10}{7}; \frac{11}{8}$

c)  $\frac{7}{23}; \frac{42}{138}$

b)  $-\frac{18}{25}; -\frac{53}{75}$

d) 0,46;  $\frac{6}{13}$

548 Uspořádejte racionální čísla podle velikosti:

a) 0,4;  $-\frac{3}{10}; \frac{5}{3}; \frac{3}{8}; -\frac{5}{7}; \frac{3}{2}; -0,75; \frac{4}{5}$

b) 0,375;  $-\frac{8}{7}; \frac{2}{3}; 0,6; \frac{4}{5}; -\frac{8}{9}; \frac{3}{4}; -\frac{7}{8}$

c)  $-\frac{2}{3}; -\frac{6}{8}; -\frac{7}{10}; -\frac{24}{36}; -0,75; -\frac{6}{5}; -\frac{24}{32}; -1,2$

d)  $\frac{3}{7}; \frac{8}{7}; \frac{12}{16}; \frac{4}{8}; \frac{12}{28}; \frac{11}{15}; \frac{3}{4}; \frac{7}{6}$

549 Utvořte množinu všech čísel dané množiny, která jsou

a) menší než (-1), b) větší než 1:

a)  $\left\{ \frac{6}{9}, -\frac{11}{9}, \frac{7}{7}, \frac{21}{20}, -\frac{15}{16}, \frac{4}{3}, -\frac{13}{12}, \frac{7}{8} \right\}$

b)  $\left\{ -\frac{12}{10}, \frac{8}{8}, \frac{9}{7}, -\frac{101}{100}, \frac{14}{15}, -\frac{7}{9}, -\frac{32}{10}, \frac{11}{12} \right\}$

c)  $\left\{ \frac{3}{2}, \frac{29}{31}, -\frac{5}{4}, -\frac{18}{19}, \frac{13}{14}, \frac{199}{200}, \frac{12}{11}, -\frac{7}{3} \right\}$

550 Z dané množiny čísel  $x$  vyberte množinu všech přirozených čísel, která vyhovují nerovnici:

a)  $\frac{x}{7} < 2 \quad x \in \left\{ 52; -1,1; \frac{5}{5}; 26; -2; 0; \frac{2}{3}; 14 \right\}$

b)  $\frac{9}{x} < 1 \quad x \in \left\{ -3; 7,3; 11; 14\frac{1}{2}; 0; 5; 15; 9,5 \right\}$

c)  $\frac{x}{2} \leq -3 \quad x \in \left\{ -1; -6; \frac{18}{3}; -4; -7,5; 3; \frac{9}{4}; -\frac{14}{2} \right\}$

d)  $\frac{60}{x} \leq 5 \quad x \in \left\{ 7; -13; 33; 11; -2,5; 14,5; 3; 12 \right\}$

551 Z dané množiny čísel  $y$  vyberte množinu všech celých čísel, která vyhovují nerovnici:

a)  $\frac{28}{y} \geq 4 \quad y \in \{32; 8; -12; 7; 11; 2; 5; 9\}$

b)  $\frac{y}{11} \leq \frac{1}{3} \quad y \in \{-3; 22; \frac{6}{2}; \frac{11}{3}; 15; 0; 2; 100\}$

c)  $\frac{y}{3} > 1 \quad y \in \{12; -7; 3; 7; 55; 4; -2; -8\}$

d)  $\frac{3}{y} < -\frac{1}{4} \quad y \in \{7; 20; -12; 6; 16; -10; -13; -75\}$

552 Z dané množiny čísel  $x$  vyberte množinu všech čísel, která vyhovují nerovnici:

a)  $0,6x + 4 \leq 10 \quad x \in \left\{ 78; 9,3; 10; 20,3; 15; -7; \frac{3}{4} \right\}$

b)  $7 \geq 0,25x + 3 \quad x \in \{20; -3; 15,5; 23; 16; 0; 28\}$

c)  $3x + 1,7 > 8 \quad x \in \{5; 1; 2,2; 8; 2; 0,5; -3\}$

d)  $5 < 2x - 3,2 \quad x \in \{7; 50; 4,1; -3; 5,5; -7; \frac{5}{4}\}$

## P Ř Í K L A D 53

Určete množinu všech přirozených čísel, která jsou řešením nerovnice  $6x - 9 < 42$ .

Řešení

$$6x - 9 < 42$$

$$6x < 42 + 9$$

$$6x < 51$$

Dále můžeme řešit dvěma způsoby:

a) Nerovnici vydělíme číslem 6

$$6x < 51 \quad / : 6$$

$$x < \frac{51}{6}$$

$$x < 8,5$$

b) Nerovnici rozřešíme postupným dosazováním za  $x$

$$x = 0 \dots\dots\dots 6 \cdot 0 < 51 \quad \text{vyhovuje}$$

$$x = 1 \dots\dots\dots 6 \cdot 1 < 51 \quad \text{vyhovuje}$$

$$x = 2 \dots\dots\dots 6 \cdot 2 < 51 \quad \text{vyhovuje}$$

⋮

$$x = 8 \dots\dots\dots 6 \cdot 8 < 51 \quad \text{vyhovuje}$$

$$x = 9 \dots\dots\dots 6 \cdot 9 > 51 \quad \text{nevyhovuje}$$

Odpověď

Množina všech řešení je  $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ .

P Ř Í K L A D 54

Určete tři celá sudá čísla, která jsou řešením nerovnice  $-x \leq -7$ .

Řešení

Na levé straně nerovnice máme číslo  $-x$ . Abychom dostali číslo  $+x$ , musíme obě strany nerovnice násobit číslem  $-1$ . Při násobení nerovnice záporným číslem se nerovnice změzí v opačnou.

$$-x \leq -7 \quad \cdot (-1)$$

$$x \geq 7$$

Dané nerovnici vyhovují např. čísla 8, 12, 20.

Zkouška

Zvolená čísla dosadíme do dané nerovnice a přesvědčíme se, zda jí vyhovují:

$$x = 8 \dots\dots\dots -8 \leq -7 \quad \text{vyhovuje}$$

$$x = 12 \dots\dots\dots -12 \leq -7 \quad \text{vyhovuje}$$

$$x = 20 \dots\dots\dots -20 \leq -7 \quad \text{vyhovuje}$$

Odpověď

Dané nerovnici vyhovují např. čísla 8, 12 a 20.

Ú l o h y

553 Určete tři celá záporná lichá čísla, která jsou řešením nerovnice:

a)  $x \geq -5$

c)  $-x \leq -3$

b)  $-x > 6$

d)  $x < |-10|$

[např.: b)  $-7; -11; -21$ ]

554 Určete tři celá záporná lichá čísla, která jsou řešením nerovnice:

a)  $|x| < 8$

c)  $|x| \leq 5$

b)  $|y| > -11$

d)  $9 < |z|$

[např. a)  $-7; -5; -1$ ]

555 Určete množinu všech přirozených čísel, která jsou řešením nerovnice:

a)  $7x - 15 < 71$

c)  $45 \geq 6y + 9$

b)  $4x + 7 \leq 39$

d)  $95 > 11y - 4$

[a)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

b)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

c)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

d)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

**PŘÍKLAD 55**

Určete množinu všech přirozených čísel, která jsou řešením nerovnice  $\frac{2}{7} < \frac{y}{10} \leq \frac{1}{2}$ .

Řešení

Zlomky převedeme na společného jmenovatele.

$$\frac{2}{7} < \frac{y}{10} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{20}{70} < \frac{7y}{70} \leq \frac{35}{70}$$

Postupným dosazováním za y rozřešíme nerovnici

$$20 < 7y \leq 35.$$

y = 3 .....  $20 < 7 \cdot 3 \leq 35$

y = 4 .....  $20 < 7 \cdot 4 \leq 35$

y = 5 .....  $20 < 7 \cdot 5 \leq 35$

Odpověď

Řešením nerovnice je množina čísel  $y \in \{3; 4; 5\}$ .

Úlohy

556 Určete množinu všech přirozených čísel, která jsou řešením nerovnice:

a)  $\frac{2}{3} < \frac{x}{4} < \frac{7}{9}$

c)  $\frac{7}{8} > \frac{y}{5} \geq \frac{2}{10}$

b)  $\frac{3}{11} < \frac{x}{3} < \frac{5}{6}$

d)  $\frac{6}{7} > \frac{z}{5} > \frac{1}{2}$

[a) {3}; b) {1; 2}; c) {1; 2; 3; 4}; d) {3; 4}]

557 Určete množinu všech kladných celých jednociferných čísel, která jsou řešením nerovnice:

a)  $\frac{3}{5} < \frac{x}{8}$

c)  $\frac{2}{x} < \frac{5}{6}$

b)  $\frac{x}{7} < \frac{7}{8}$

d)  $\frac{4}{x} > \frac{1}{2}$

[a) {5; 6; 7; 8; 9}; b) {1; 2; 3; 4; 5; 6};  
c) {4; 5; 6; 7; 8; 9}; d) {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}]

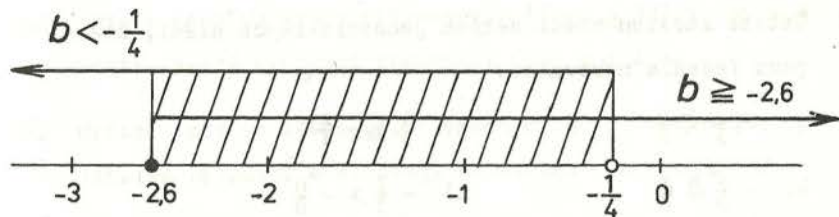
**PŘÍKLAD 56**

Znázorněte na číselné ose množinu všech řešení nerovnice  $-2,6 \leq b < -\frac{1}{4}$ .

Řešení

Podmínky dané nerovnice splňují všechna čísla, pro něž platí:

$$-2,6 \leq b \text{ a zároveň } b < -\frac{1}{4}$$



Odpověď

Dané nerovnici vyhovují všechna čísla, jejichž obrazy leží na číselné ose mezi obrazy čísel -2,6 včetně a  $-\frac{1}{4}$ .

Ú l o h y

558 Znázorněte na číselné ose množinu všech řešení nerovnice:

a)  $x > -\frac{2}{3}$

c)  $y \leq -\frac{1}{2}$

b)  $-u < -\frac{5}{4}$

d)  $-\frac{4}{5} < z \leq \frac{1}{2}$

559 Určete tři celá sudá čísla, která jsou řešením nerovnice:

a)  $-x \leq -4$

c)  $-x < 7$

b)  $-y > 8$

d)  $-y \geq -2$

[např. b) -14; -12; -10]

560 Určete množinu všech celých čísel, která jsou řešením nerovnice:

a)  $-3 < x < 5$

c)  $-7 < x \leq -3$

b)  $-2 \leq x \leq 3$

d)  $0 \leq x < 7$

[např.: c) {-6; -5; -4; -3}]

561 Určete množinu všech celých jednociferných čísel, která jsou řešením nerovnice:

a)  $-\frac{2}{5} < \frac{x}{2}$

c)  $\frac{4}{3} \leq -\frac{z}{4}$

b)  $-\frac{2}{3} \geq \frac{y}{7}$

d)  $-\frac{1}{3} > -\frac{u}{8}$

[a) {-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9};

b) {-9; -8; -7; -6; -5}; c) {-9; -8; -7; -6};

d) {3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}]

562 Vyznačte na číselné ose přirozená jednociferná čísla, která vyhovují nerovnici:

a)  $x \leq 0$

c)  $y \geq 3$

b)  $6 > u$

d)  $-3 \leq z$

563 Určete množinu všech celých čísel, která jsou řešením nerovnice:

a)  $-9 < y \leq -3$

c)  $-1 \geq z > -8$

b)  $6 > y \geq 0$

d)  $3 \geq b \geq -2$

564 Určete nejmenší celé číslo a další dvě celá čísla, pro která platí:

a)  $x \leq 2$  a zároveň  $x > -3$

c)  $5 > b$  a zároveň  $b > 0$

b)  $y < -3$  a zároveň  $y \geq -8$

d)  $c \geq 0$  a zároveň  $7 > c$

[např.: c) 1; 3; 4]

565 Znázorněte na číselné ose množinu všech řešení nerovnice:

a)  $2,5 > u > -\frac{3}{2}$

c)  $-\frac{2}{3} \geq -y \geq -\frac{5}{3}$

b)  $v \geq -3$  a zároveň  $v < -0,5$ ; d)  $-x \leq 0,75$  a zároveň

$x < \frac{7}{3}$

566 Určete množinu všech přirozených čísel a dělitelných dvanácti, která vyhovují nerovnici  $88 < a < 134$ .

567 Určete množinu všech přirozených čísel c, která jsou dělitelná třinácti a vyhovují nerovnici  $78 < c \leq 130$ .

568 Jedna sklenice se naplní  $\frac{4}{7}$  litru tekutiny, druhá  $\frac{2}{3}$  litru tekutiny. Do které sklenice se vejde větší objemové množství tekutiny?

569 Koncem listopadu splnila jedna dílna závodů celoroční plán výroby na  $\frac{11}{12}$ , druhá na  $\frac{14}{15}$ , třetí na  $\frac{15}{17}$ . Která dílna měla splněnu největší část celoročního plánu výroby?

[druhá]

570 Od rozcestníku na křižovatce cest je místo A vzdáleno  $8\frac{7}{8}$  km, místo B je vzdáleno 8,9 km a místo C je vzdáleno  $8\frac{13}{15}$  km. Které místo je od rozcestníku nejdále a které nejbliže?

[místo B nejdále, místo C nejbliže]

571 Dva zlomky mají stejného čitatele a různé jmenovatele, např.  $\frac{5}{x}$ ,  $\frac{5}{y}$ , kde  $x$ ,  $y$  jsou celá kladná čísla. Na příkladech určete a zdůvodněte, který z obou zlomků je větší.

572 Máme dva zlomky  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{a+1}{b+1}$ , kde  $a$ ,  $b$  jsou celá kladná čísla. Rozhodněte, který zlomek je větší, je-li: a)  $a > b$ , b)  $a < b$ . Svě tvrzení zdůvodněte a uveďte příklad.

$$[a) \frac{a}{b} > \frac{a+1}{b+1}; b) \frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}]$$

573 Obilí na stejném lánu pole sklízeli tři kombajnéri. První z nich dosáhl hektarového výnosu 42,3 t, druhý  $42\frac{4}{13}$  t, třetí  $42\frac{3}{11}$  t. Který z kombajnérů dosáhl největšího hektarového výnosu?

[druhý]

574 Žáci tří tříd soutěžili ve sběru sušených léčivých bylin a plodů. Třída 7.A odevzdala na jednoho žáka třídy 0,3 kg bezového květu,  $3\frac{3}{4}$  kg šípků a  $\frac{2}{7}$  kg kopřiv, třída 7.B odevzdala  $\frac{4}{9}$  kg bezových plodů, 3,55 kg šípků a  $\frac{1}{4}$  kg kopřiv, třída 7.C odevzdala  $\frac{13}{5}$  kg šípků,  $\frac{9}{8}$  kg hlohu a 0,9 kg bezového květu. Která třída odevzdala nejvíce sběru na jednoho žáka?

[7.C]