

VI. MOCNINY, ODMOCNINY. PYTHAGOROVA VĚTA

PŘÍKLAD 30

Kolik m^2 tapet je třeba k vytapetování stropu čtvercové místnosti s délkou strany 4,75 m?

Řešení

Máme vypočítat obsah S čtverce, jehož délka strany $a = 4,75$ m.

Platí $S = a^2$,

po dosazení $S = 4,75^2 \text{ m}^2$.

Pomocí tabulek zjistíme, že $475^2 = 225\ 625$, to znamená, že $4,75^2 = 22,562\ 5$.

Tedy $S = 22,562\ 5 \text{ m}^2$,

po zaokrouhlení $S \approx 22,6 \text{ m}^2$

Odpověď

K vytapetování stropu je třeba asi $22,6 \text{ m}^2$ tapet.

Úlohy

313 Kolik m^2 podlahové krytiny je třeba k pokrytí podlahy čtvercové místnosti s délkou strany 5,54 m? $[\text{asi } 30,7 \text{ m}^2]$

314 Vypočtete objem hranolu se čtvercovou podstavou. Délka podstavné hrany je 16,6 cm, délka boční hrany je 17,5 cm. $[4\ 822, 3 \text{ cm}^3]$

315 Vypočtete objem a povrch krychle, jejíž hrana má délku 78,9 cm.

$$[V \approx 491\ 169 \text{ cm}^3, S \approx 37\ 351 \text{ cm}^2]$$

316 Nádrž tvaru krychle (bez víka) má hranu délky 1,8 m. Kolik m^2 plechu se spotřebuje na její zhotovení, připočítáme-li 4 % materiálu na spoje a odpad?

$$[16,848 \text{ m}^2 \approx 17 \text{ m}^2]$$

317 Určete obsah čtverce, který je a) opsán, b) vepsán kružnici o poloměru 4,34 cm.

$$[\text{a) } S \approx 75,34 \text{ cm}^2; \text{ b) } S \approx 37,67 \text{ cm}^2]$$

318 Určete obsah kruhu, který je a) vepsán, b) opsán čtverci o straně 6,32 cm.

$$[\text{a) } S \approx 31,35 \text{ cm}^2; \text{ b) } S \approx 62,71 \text{ cm}^2]$$

319 Určete velikost hrany krychle, jejíž objem je dvakrát větší než objem krychle o hraně 0,635 m.

$$[a \approx 0,8 \text{ m}]$$

PŘÍKLAD 31

Kolik metrů koberce širokého 4 m je třeba koupit k pokrytí podlahy čtvercové výstavní síně, jejíž obsah se rovná $62,41 \text{ m}^2$?

Řešení

Nejprve určíme stranu čtverce, jehož obsah $S = 62,41 \text{ m}^2$.

Platí $S = a^2$, odkud $a = \sqrt{S}$.

Po dosazení $a = \sqrt{62,41 \text{ m}^2}$.

Výpočet $\sqrt{62,41}$ provedeme tak, že číslo pod odmocnítkem vhodně zaokrouhlíme, abychom mohli najít druhou odmocninu přímo v tabulce M 1.

$$\sqrt{62,41} \approx \sqrt{62} = 7,87 \approx 7,9$$

Jiný způsob výpočtu spočívá v tom, že v tabulce M 1 ve sloupci

n^2 lze najít číslo 624 100, kterému odpovídá $n = 790$. To znamená, že $790^2 = 624\,100$, čili $\sqrt{624\,100} = 790$, a tedy $\sqrt{62,41} = 7,9$.

K pokrytí čtvercové podlahy o straně 7,9 m bude zapotřebí koupit dva pásy 4 m širokého koberce; délka jednoho pásu je 7,9 m, celková délka je $2 \cdot 7,9 \text{ m} = 15,8 \text{ m}$.

Odpověď

K pokrytí podlahy je třeba koupit 15,8 m koberce širokého 4 m.

Ú l o h y

320 Vypočítejte, kolik metrů linolea širokého 1,5 m je třeba k pokrytí podlahy čtvercové kuchyně, víte-li, že obsah podlahy je $8,41 \text{ m}^2$. [5,8 m]

321 Podlaha čtvercové místnosti je vydlážděna 2 209 čtvercovými dlaždicemi o straně 0,11 m. Jaké rozměry má podlaha? [5,17 m]

322 Čtverec má stejný obsah jako obdélník o stranách 18,85 m a 23,60 m. Vypočítejte stranu čtverce. [21,10 m]

323 Určete délku hrany krychle, je-li její povrch roven $1\,296,5 \text{ cm}^2$. [14,7 cm]

P Ř Í K L A D 32

Krychle z lipového dřeva o hustotě $\rho = 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ má hmotnost 2,90 kg. Určete délku její hrany.

Řešení

Nejprve určíme objem krychle. Víme, že $m = V \cdot \rho$, odkud $V = \frac{m}{\rho}$.

Po dosazení

$$V = \frac{2,90 \text{ kg}}{500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

$$V = \frac{58}{10\,000} \text{ m}^3$$

$$V = \frac{2,90}{500} \text{ m}^3$$

$$V = 0,0058 \text{ m}^3$$

$$V = \frac{29}{5\,000} \text{ m}^3$$

Pro objem krychle o hraně a platí $V = a^3$, čili $a^3 = 0,0058 \text{ m}^3$.

Odtud $a = \sqrt[3]{0,0058 \text{ m}} = \sqrt[3]{5,8 \cdot 0,001 \text{ m}}$.

V tabulce M 1A zjistíme, že $\sqrt[3]{5,8} = 1,8$, takže $a = 1,8 \cdot 0,1 \text{ m} = 0,18 \text{ m}$.

Odpověď

Délka hrany krychle je 0,18 m.

Ú l o h y

324 Krychle ze smrkového dřeva o hustotě $600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ má hmotnost 2,46 kg. Určete délku její hrany. [0,16 m]

325 Krychle ledu má hmotnost 7,2 kg. Určete délku její hrany, je-li hustota ledu $\rho = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. [a = 0,2 m]

326 Výška pravidelného čtyřbokého hranolu je třikrát větší než délka podstavné hrany. Vypočítejte délku podstavné hrany, víte-li že objem hranolu je $2\,187 \text{ cm}^3$. [9 cm]

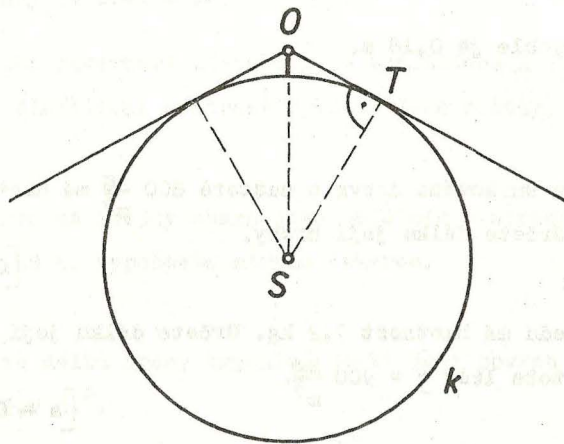
327 Určete délku hrany krychle, jejíž objem je $21,8 \text{ cm}^3$. [2,8 cm]

PŘÍKLAD 33

Vzdálenost orbitální stanice Saljut 6, na jejíž palubě také pracoval první československý kosmonaut V. Remek, od povrchu Země je 360 km. Určete vzdálenost orbitální stanice od nejvzdálenějšího místa na povrchu Země, které je možno z orbitální stanice pozorovat, považujeme-li Zemi za kouli o poloměru 6 370 km.

Řešení

Nejvzdálenější místa na povrchu Země, která lze z orbitální stanice pozorovat, jsou body dotyku tečen vedených z bodu O (orbitální stanice) ke kružnici k , která ke zvolenému řezu znázorňuje povrch Země (viz obr.).



Tečna OT je kolmá na poloměr ST , proto trojúhelník STO je pravoúhlý. Hledaná vzdálenost je délka úsečky OT , kterou vypočítáme z pravoúhlého trojúhelníku STO podle Pythagorovy věty:

$$[d(OT)]^2 = [d(SO)]^2 - [d(ST)]^2$$

Přitom $d(ST) = 6\,370$ km, $d(SO) = (6\,370 + 360)$ km, takže

$$d(OT) = \sqrt{6\,730^2 - 6\,370^2} \text{ km}$$

$$d(OT) = \sqrt{45\,292\,900 - 40\,576\,900} \text{ km}$$

$$d(OT) = \sqrt{4\,716\,000} \text{ km}$$

$$d(OT) \doteq \sqrt{472 \cdot 10\,000} \text{ km}$$

$$d(OT) = 2\,173 \text{ km}$$

Odpověď

Vzdálenost orbitální stanice Saljut 6 od nejvzdálenějšího místa na povrchu Země, které je možno z orbitální stanice pozorovat, je 2 173 km.

Ú l o h y

328 Vzdálenost orbitální stanice Saljut od povrchu Země je 340 km. Určete vzdálenost orbitální stanice od nejvzdálenějšího místa na povrchu Země, které je možno z orbitální stanice pozorovat, považujeme-li Zemi za kouli o poloměru 6 370 km.

$$[2\,110 \text{ km}]$$

329 Na těleso působí v témže bodě dvě síly $F_1 = 120$ N, $F_2 = 50$ N, které svírají úhel velikosti 90° . Určete graficky i početně velikost výslednice těchto sil.

$$[F = 130 \text{ N}]$$

330 V trojúhelníku ABC je dáno $a = 10,0$ cm, $t_a = 13,0$ cm, $\gamma = 90^\circ$. Vypočtete těžnici t_b .

$$[t_b \doteq 11,7 \text{ cm}]$$

331 Na těleso působí v témže bodě dvě síly $F_1 = F_2 = 400$ N, které svírají úhel velikosti 60° . Určete graficky i po-

četně velikost výslednice těchto sil.

$$[F \doteq 692 \text{ N}]$$

- 332 V kosočtverci ABCD je dáno $d(AB) = 8,0 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$. Vypočítejte velikosti obou úhlopříček.

$$[e \doteq 13,9 \text{ cm}, f = 8,0 \text{ cm}]$$

- 333 Vypočítejte obsah rovnostranného trojúhelníku, jehož strana má délku $2,0 \text{ cm}$.

$$[S = \sqrt{3} \text{ cm}^2 \doteq 1,7 \text{ cm}^2]$$

- 334 Kosočtverec má stranu $a = 45,0 \text{ cm}$ a úhlopříčku $e = 80,0 \text{ cm}$. Vypočítejte velikost druhé úhlopříčky.

$$[f \doteq 41,2 \text{ cm}]$$

- 335 Kosočtverec má úhlopříčky $e = 96 \text{ cm}$, $f = 40 \text{ cm}$. Určete velikost strany kosočtverce.

$$[a = 52 \text{ cm}]$$

- 336 V kosočtverci je dáno $a = 160 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$. Vypočítejte velikosti jeho úhlopříček.

$$[e \doteq 277 \text{ cm}, f = 160 \text{ cm}]$$

- 337 Z kmene, jehož průměr na užším konci je $28,0 \text{ cm}$, se má vytesat trám čtvercového průřezu. Vypočítejte délku strany největšího možného čtvercového průřezu.

$$[19,8 \text{ cm}]$$

- 338 Vypočítejte:

$$a) \left(\frac{4}{5}\right)^2 + (-0,6)^2$$

$$b) \left(\frac{3}{5}\right)^2 + (-0,8)^2 - (-2)^3$$

$$[a) 1; b) 9]$$

- 339 Pomocí tabulek určete:

$$a) 4,29^2$$

$$b) 42,9^2$$

$$c) 4,29^3$$

$$d) 42,9^3$$

$$[a) 18,404 \text{ 1; b) } 1 \text{ 840,41; c) } 78,953 \text{ 589; d) } 78 \text{ 953,589}]$$

- 340 Pomocí tabulek určete:

$$a) 52,8^2$$

$$b) 52,8^3$$

$$c) \sqrt{52,8}$$

$$d) \sqrt[3]{52,8}$$

$$[a) 2 \text{ 787,84; b) } 147 \text{ 197,952; c) } 7,28; d) 3,76]$$

- 341 Pomocí tabulek určete:

$$a) 3 \text{ 630}^2$$

$$b) 3 \text{ 630}^3$$

$$c) \sqrt{3 \text{ 630}}$$

$$d) \sqrt[3]{3 \text{ 630}}$$

$$[a) 13 \text{ 176 900; b) } 47 \text{ 832 147 000; c) } 60; d) 15,3]$$

- 342 Pomocí tabulek určete druhou mocninu čísel:

$$a) 4 \text{ 870}$$

$$b) 2,19$$

$$c) 2,498$$

$$[a) 23 \text{ 716 900; b) } 4,7961; c) 6,25]$$

- 343 Pomocí tabulek vypočítejte:

$$a) \sqrt{43^2} - \sqrt{7^2}$$

$$b) \sqrt{43^2 - 7^2}$$

$$c) \sqrt{43^2 \cdot 7^2}$$

$$[a) 36; b) 42,4; c) 301]$$

- 344 Pomocí tabulek vypočítejte:

$$a) \sqrt{882}$$

$$b) \sqrt{8 \text{ 820}}$$

$$c) \sqrt{8,82}$$

$$[a) 29,7; b) 93,8; c) 2,97]$$

- 345 Pomocí tabulek vypočítejte $\sqrt[3]{19^3 - 14^3}$.

$$[16]$$

- 346 Pomocí tabulek vypočítejte $\sqrt[3]{17^3 - 47^2}$.

$$[13,9]$$

- 347 Vypočítejte:

$$a) 1,08^2$$

$$b) \left(\frac{3}{7}\right)^2$$

$$c) \left(-\frac{5}{11}\right)^2$$

$$d) \left(\frac{4}{7}\right)^2 - \left(-\frac{3}{7}\right)^2$$

$$[a) 1,166 \text{ 4; b) } \frac{9}{49}; c) \frac{25}{121}; d) \frac{1}{7}]$$

348 Vypočtete:

a) $(4.7)^2$ b) $[4.(-7)]^2$ c) $(3.5)^3$ d) $[2.(-6)]^3$
 [a) 784; b) 784; c) 3 375; d) -1 728]

349 Vypočtete:

a) $\left(\frac{13}{17}\right)^2$ b) $\left(-\frac{13}{17}\right)^2$ c) $\left(\frac{-13}{17}\right)^2$ d) $\left(-\frac{5}{8}\right)^2 - \left(-\frac{3}{4}\right)^3$
 [a) $\frac{169}{289}$; b) $\frac{169}{289}$; c) $\frac{169}{289}$; d) $\frac{13}{16}$]

350 Vypočtete:

a) $\left(\frac{3}{11}\right)^3$ b) $\left(-\frac{3}{11}\right)^3$ c) $\left(\frac{-3}{11}\right)^3$ d) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 - \left(-\frac{3}{4}\right)^3$
 [a) $\frac{27}{1331}$; b) $-\frac{27}{1331}$; c) $-\frac{27}{1331}$; d) $\frac{27}{32}$]

351 Vypočtete:

a) $(-7) \cdot (-7)^2$ b) $\frac{(-7)^2}{7}$ c) $\frac{(-7)^3}{7}$ d) $\frac{7^3 - (-7)^2}{7}$
 [a) -343; b) 7; c) -49; d) 42]

352 Vypočtete:

a) $0,59 \cdot 0,59^2$ b) $(-0,03) \cdot (-0,03)^2$ c) $\sqrt{\frac{0,0196}{0,49}}$ d) $\sqrt[3]{\frac{0,729}{8}}$
 [a) 0,205 379; b) -0,000 027; c) 0,2; d) 0,45]

353 Určete druhou odmocninu z čísel:

a) $289 \cdot 529$ b) $289 + 529$ c) $\frac{3}{7} \cdot \frac{343}{27}$ d) $\frac{4}{9} + \frac{25}{16}$
 [a) 391; b) 28,60; c) $\frac{7}{3}$; d) $\frac{17}{12}$]

354 Vypočtete:

a) $\sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{216}$ b) $\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{216}$
 c) $\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{729}$ d) $\sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{729}$

[a) 24; b) 10; c) -5; d) 36]

355 Vypočtete:

$\sqrt{\frac{4}{9} + \frac{25}{16}} - \left(\frac{5}{8}\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}\right)^3 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2$
 [$\frac{2}{3}$]

356 V pravoúhlém trojúhelníku ABC je dána odvěsna $a = 36$ cm a obsah $S = 540$ cm². Vypočítejte velikost odvěsny b a těžnice t_b .

[$b = 30$ cm; $t_b = 39$ cm]

357 V kružnici o poloměru 7,5 cm jsou sestrojeny dvě rovnoběžné tětivy, jejichž délky jsou 9 cm a 12 cm. Vypočítejte vzdálenost těchto tětiv.

[1,5 cm nebo 10,5 cm]

358 Vypočtete povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavou hranou $a = 60$ cm a výškou $v = 40$ cm.

[9 600 cm²]

359 Vypočtete délku tělesové úhlopříčky v hranolu o rozměrech $a = 7,5$ cm, $b = 6,1$ cm, $c = 4,1$ cm.

[asi 10,5 cm]

360 Objem pravidelného čtyřbokého jehlanu je 72,0 cm³. Výška jehlanu se rovná délce podstavné hrany. Vypočítejte délku podstavné hrany a povrch jehlanu.

[$a = 6$ cm, $S = 116,5$ cm²]

361 Z křižovatky dvou přímých navzájem kolmých silnic vyjíždí ve stejném okamžiku osobní a nákladní auto. Osobní auto jede po první silnici průměrnou rychlostí 60 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, nákladní

auto jede po druhé silnici průměrnou rychlostí $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Určete vzdálenost aut za 12 minut.

$$[15 \text{ km}]$$

- 362 Vypočtete povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavnou hranou $a = 30 \text{ cm}$ a boční hranou $b = 39 \text{ cm}$.

$$[3060 \text{ cm}^2]$$

- 363 Kvádr má rozměry $a = 12 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$, $c = 36 \text{ cm}$. Vypočte délku tělesové úhlopříčky kvádrů.

$$[39 \text{ cm}]$$

- 364 Vypočtete obsah rovnoramenného trojúhelníku, jehož základna má délku 10 cm a rameno je o 3 cm delší než základna.

$$[S = 60 \text{ cm}^2]$$

- 365 V pravouhlém trojúhelníku ABC jsou dány odvěsny $a = 10 \text{ cm}$, $b = 24 \text{ cm}$. Vypočtete velikost těžnice t_c .

$$[t_c = 13 \text{ cm}]$$

- 366 Vypočtete obsah rovnoramenného lichoběžníku, jsou-li dány délky základů $a = 40 \text{ cm}$, $c = 15 \text{ cm}$ a délka ramena

$$b = 19,5 \text{ cm}.$$

$$[S = 412 \text{ cm}^2]$$

- 367 Kvádr s obdélníkovou podstavou o rozměrech $2,1 \text{ cm}$ a $2,8 \text{ cm}$ má tělesovou úhlopříčku délky $9,1 \text{ cm}$. Vypočtete výšku kvádrů.

$$[v = 8,4 \text{ cm}]$$

- 368 K letišti letí dvě letadla. V určitém okamžiku je první letadlo vzdáleno od letiště 98 km a druhé 138 km . První letadlo letí průměrnou rychlostí $420 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, druhé průměrnou

rychlostí $360 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, přitom dráhy obou letadel jsou navzájem kolmé. Jaká bude vzdálenost letadel za 9 minut?

$$[91 \text{ km}]$$

- 369 Dřevěná koule o poloměru $12,0 \text{ mm}$ plove ve vodě tak, že je ponořena do $\frac{2}{3}$ svého průměru. Určete poloměr kružnice, která je průnikem roviny volné hladiny vody a povrchu koule.

$$[r = 11,3 \text{ cm}]$$

- 370 Je dán čtverec ABCD s délkou strany 100 mm . Vypočítejte poloměr kružnice, která prochází vrcholy B, C a středem strany AD.

$$[r = 62,5 \text{ mm}]$$